

Практичне заняття № 4

Тема: Цикли. Створення програм з циклами. Поєднання циклів та розгалужень. Вкладені цикли.

1. Розгляд циклічних алгоритмів. Види циклів.
2. Оператор while. Особливості його синтаксису та застосування.
3. Оператор for. Особливості його синтаксису та застосування.
4. Поняття вкладених циклів.

Задачі.

1. Дано $n \in N$. Обчислити:

а) 2^n

б) $\frac{\cos 1}{\sin 1} + \frac{\cos 1 + \cos 2}{\sin 1 + \sin 2} + \dots + \frac{\cos 1 + \cos 2 + \dots + \cos n}{\sin 1 + \sin 2 + \dots + \sin n}$

2. Дано $n \in N$, $a \in R$. Обчислити:

$$a(a+1)(a+2) \times \dots \times (a+n)$$

3. Дано $a \in R$. Знайти серед чисел

$$1, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}, \dots \text{ перше більше, ніж } a.$$

4. Дано $n \in N$, $x \in R$. Обчислити: $\sin x + \sin^2 x + \dots + \sin^n x$.

5. Нехай $a_0 = 1$, $a_k = ka_{k-1} + \frac{1}{k}$, $k = 1, 2, \dots$. Дано $n \in N$, знайти a_n .

6. Нехай $y_0 = 0$, $y_1 = 1$, $y_k = \frac{y_{k-1} + 1}{y_{k-2} + 3}$, $k = 2, 3, \dots$. Дано $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \in R$, $k=2$

Знайти перше y_n таке, що $|y_n - y_{n-1}| < \varepsilon$. Вивести на екран y_n та n .

7. Обчислити:

а) $\sum_{i=1}^{20} \frac{1}{i^i}$; б) $\prod_{i=2}^{100} \frac{i+1}{i+2}$.

8. Дано $n \in N$. Обчислити: $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$

9. Дано $n \in N$, $x \in R$. Обчислити: $\sum_{i=1}^n \frac{x + \cos(ix)}{2^i}$

10. Дано дійсні $x \in [0; \pi/2]$ та $\varepsilon > 0$. Обчислити з точністю ε значення $\sin x$.

Відомо, що розвинення функції $\sin x$ у ряд Маклорена має вигляд:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

11. Дано $a \in R, a > 0$. Послідовність $x_0, x_1, x_2, \dots$ побудовано за правилом:

$$x_0 = \begin{cases} 2a, & \text{якщо } a \leq 1 \\ a/5, & \text{якщо } 1 < a < 25 \\ a/25 & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

$$x_n = \frac{4}{5}x_{n-1} + \frac{a}{5x_{n-1}^4}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

Для заданого $n \in N$ побудувати послідовність $x_0, x_1, \dots, x_n$ та обчислити $a - x_n^5$

12. Обчислити $\sum_{i=1}^{30} (a_i - c_i)^2$, де $a_i = \begin{cases} i, & \text{якщо } i \text{ не парне} \\ i/2, & \text{якщо } i \text{ парне} \end{cases}$, $c_i = \begin{cases} i^3, & \text{якщо } i \text{ не парне} \\ i^2, & \text{якщо } i \text{ парне} \end{cases}$

13. Обчислити:

$$\text{а) } \sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^{50} \frac{1}{i+j^2}; \quad \text{б) } \sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^i \frac{j-i+1}{i+j}$$

14. Дано дійсні числа $a_1, \dots, a_5$. Отримати послідовність чисел $b_1, \dots, b_{10}$, де

$$b_1 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5;$$

$$b_2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2;$$

.....

$$b_{10} = a_1^{10} + a_2^{10} + a_3^{10} + a_4^{10} + a_5^{10}.$$

Задачі для самостійного розв'язування.

1. Дано $n \in N$. Обчислити:

а) $n!$

$$\text{б) } \left(1 + \frac{1}{1^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\text{в) } \frac{1}{\sin 1} + \frac{1}{\sin 1 + \sin 2} + \dots + \frac{1}{\sin 1 + \sin 2 + \dots + \sin n}$$

2. Дано $n \in N, a \in R$. Обчислити: a^n

3. Дано $a \in R$. Знайти:

$$\text{таке найменше } n \in N, \text{ що } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} > a$$

4. Дано $n \in N, x \in R$. Обчислити:

$$\sin x + \sin x^2 + \dots + \sin x^n$$

5. Нехай $x_0 = c$, $x_1 = d$, $x_k = qx_{k-1} + 2x_{k-2} + b$, $k = 2, 3, \dots$.

Задано $n \in N$, $q, b, c, d \in R$. Обчислити x_n .

6. Обчислити:

$$\text{а) } \prod_{i=1}^{10} \frac{1}{i^2}; \quad \text{б) } \sum_{i=1}^{125} \frac{i}{(2-i)^2}$$

7. Дано $n \in N$. Обчислити:

$$\sum_{i=1}^n \frac{i}{(2i+1)^2}.$$

8. Дано $n \in N$, $x \in R$. Обчислити:

$$\text{а) } \sum_{i=1}^n \frac{x^i}{i!}; \quad \text{б) } \prod_{i=1}^n \left(\frac{i}{i+1} - \cos^i |x| \right)$$

9. Дано дійсні $x \in [0; \pi/2]$ та $\varepsilon > 0$. Обчислити з точністю ε значення $\sin x$.

Відомо, що розвинення функції $\sin x$ у ряд Маклорена має вигляд:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

10. Дано дійсні $x \neq 0$, $\varepsilon > 0$. Обчислити з точністю ε значення $\sqrt[3]{x}$ за методом

$$\text{Ньютона: } y_0 = 1, y_n = \left(2y_{n-1} + \frac{x}{y_{n-1}^2} \right) / 3, n = 1, 2, 3, \dots \quad \sqrt[3]{x} \approx y_n,$$

якщо $|y_n - y_{n-1}| < \varepsilon$.

11. Дано $n \in N$ та натуральні $a_1, \dots, a_n$. Знайти кількість елементів a_i таких, що:

а) є парними (непарними);

б) є кратними 5;

в) при діленні на 7 дають в остачі 1, або 2, або 5;

г) є непарними та від'ємними;

д) задовільняють умову $|a_i| < i^2$;

е) знайти суму елементів, що кратні 5;

є) знайти добуток додатніх елементів;

ж) знайти найбільший (найменший) елемент та його порядковий номер;

з) всі від'ємні елементи збільшити вдвічі, а всі невід'ємні – зменшити на 1.

12. Дано $n \in N$ та $a_1, \dots, a_n \in N$. Обчислити $f(a_0) + f(a_1) + \dots + f(a_n)$, де

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{якщо } x \text{ парне} \\ x, & \text{якщо } x \text{ не парне} \\ 1 & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

13. Обчислити:

а) $\sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^{60} \sin(i^3 + j^4);$

б) $\sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^i \frac{1}{i+2j}$